

Recherche Opérationnelle
R.O.

Pr. Abdessamad Kamouss

Cycle Ingénieur
ENSAM Casablanca



Contenu du module

Définitions

Définition (Cambridge Dictionary)

Operational research UK (US operations research) The systematic study of how best to solve problems in business and industry.

Définition (Wikipedia)

Operations research, operational research, or simply OR, is the use of mathematical models, statistics and algorithms to aid in decision-making.

Définition (ROADEF)

Recherche Opérationnelle : approche scientifique pour la résolution de problèmes de gestion de systèmes complexes.



Recherche Opérationnelle

Science du **"comment mieux faire avec moins"** des outils pour :

- rationaliser
- simuler
- optimiser
- planifier

l'architecture et le fonctionnement des systèmes industriels et économiques.

Des **modèles** pour analyser des situations complexes.

Permet aux décideurs de faire des **choix efficaces et robustes**.

Recherche Opérationnelle

Origines

- La seconde guerre mondiale créa un besoin urgent d'allouer de manière efficace des ressources limitées aux différentes opérations militaires et aux activités au sein de chaque opération.
- L'organisation militaire britanique, puis américaine, mis à contribution un grand nombre de scientifiques pour gérer ces allocations, et s'occuper d'autres problèmes stratégiques et tactiques.
- Ces scientifiques ont été appelés à poursuivre des recherches sur des opérations (militaires), et constituèrent les premières équipes de RO.
- Leurs succès encouragèrent la poursuite de l'utilisation de la RO dans d'autres domaines (commercial, industriel,...)

Recherche Opérationnelle - autres définitions

Définition

La R.O ou la science de la décision est la discipline des méthodes scientifiques utilisables pour élaborer des meilleures décisions. Elle permet de rationaliser, de simuler, de planifier et d'optimiser l'architecture et le fonctionnement des systèmes de production et d'organisation. En pratique, la R.O sert à résoudre différents types de problèmes difficiles (issus des mathématiques, de l'informatique, de l'économie, de l'industrie...)

Une autre définition possible de la RO pourrait être la suivante :

Définition

Ensemble de méthodes d'analyse scientifique des phénomènes d'organisation qui traite de la maximisation d'un profit, d'une performance, d'un rendement ou bien de la minimisation d'un coût, d'une dépense.

Recherche Opérationnelle - autres définitions

Définition

La R.O ou la science de la décision est la discipline des méthodes scientifiques utilisables pour élaborer des meilleures décisions. Elle permet de rationaliser, de simuler, de planifier et d'optimiser l'architecture et le fonctionnement des systèmes de production et d'organisation. En pratique, la R.O sert à résoudre différents types de problèmes difficiles (issus des mathématiques, de l'informatique, de l'économie, de l'industrie...)

Une autre définition possible de la RO pourrait être la suivante :

Définition

Ensemble de méthodes d'analyse scientifique des phénomènes d'organisation qui traite de la maximisation d'un profit, d'une performance, d'un rendement ou bien de la minimisation d'un coût, d'une dépense.

Recherche Opérationnelle - autres définitions

Définition

La R.O ou la science de la décision est la discipline des méthodes scientifiques utilisables pour élaborer des meilleures décisions. Elle permet de rationaliser, de simuler, de planifier et d'optimiser l'architecture et le fonctionnement des systèmes de production et d'organisation. En pratique, la R.O sert à résoudre différents types de problèmes difficiles (issus des mathématiques, de l'informatique, de l'économie, de l'industrie...)

Une autre définition possible de la RO pourrait être la suivante :

Définition

Ensemble de méthodes d'analyse scientifique des phénomènes d'organisation qui traite de la maximisation d'un profit, d'une performance, d'un rendement ou bien de la minimisation d'un coût, d'une dépense.

R.O - autres définitions

Récapitulation

La recherche opérationnelle est un des grands domaines d'application de l'informatique et des mathématiques appliquées dans l'industrie et en gestion. Elle regroupe un ensemble de méthodes, modèles et outils informatiques et mathématiques permettant, d'optimiser le processus de prise de décisions dans l'Entreprise.

Les outils de RO :

- aident à trouver
  - une solution où l'homme n'en trouvait pas
  - une solution sur des problèmes nouveaux où l'homme n'a aucune expérience
  - plusieurs solutions là où l'homme n'en envisageait qu'une seule solution
- aident à juger de la qualité d'une solution
- aident à confirmer / justifier des décisions

Un premier problème

Achat de billets d'avion

Un homme d'affaires doit effectuer 5 voyages entre Casa (CAS) et Paris (PAR) selon les conditions suivantes :

- Il doit partir le lundi de CAS à PAR et revenir le mercredi de PAR à CAS.
- Un billet aller-retour : 400U.
- Réduction de 20 % si un weekend est inclus.
- Aller simple : 75 % du prix aller-retour.

Question

Comment acheter les billets pour les 5 semaines (à prix minimum) ?

Un premier problème

Evaluation des alternatives

Alternatives

- Acheter 5 CAS-PAR-CAS normaux.
  5 x 400 = 2000
- Acheter un CAS-PAR, 4 PAR-CAS-PAR comprenant un weekend et un PAR-CAS.
  0.75 x 400 + 4 x 0.8 x 400 + 0.75 x 400 = 1880
- Acheter un CAS-PAR-CAS pour le lundi de la première semaine et le mercredi de la dernière semaine, et 4 PAR-CAS-PAR comprenant un weekend pour les autres voyages.
  5 x 0.8 x 400 =1600

La troisième alternative est la meilleure.

Décision binaire

Voyage sans redondance

Un étudiant en quête d'une université projette de visiter les campus de trois universités au cours d'un voyage unique, débutant et finissant à l'aéroport de **P**.

- Les trois établissements sont dans les villes de **A**, **B**, et **C**.
- L'étudiant ne veut visiter chaque ville qu'une seule fois.
- On veux maintenir le trajet total le plus court possible.
- Les distances entre ces villes sont données dans la Table suivante :

Décision binaire

Ville	**P**	**A**	**B**	**C**
P	0	30	38	73
A	30	0	18	53
B	38	18	0	51
C	73	53	51	0

Table – Les distances inter-villes.

Question

Comment modéliser ce problème et ses contraintes ?



Décision binaire : modélisation

- Puisque n'importe quel trajet consiste en une série de petits déplacements entre deux villes, on numérote les villes comme suit : 1 pour **P**, 2 pour **A**, 3 pour **B** et 4 pour **C**. Ainsi, nous aurons une variable $x_{1,2}$ égale à 1 si l'étudiant voyage de **P** à **A** au cours de son parcours total et 0 sinon.
- Puisqu'il n'y a pas de voyage d'une ville vers cette même ville, nous avons les contraintes : $x_{i,i} = 0,\ i = 1,\dots,4$
- Chaque ville ne devant être visitée qu'une seule fois, elle ne peut apparaître qu'une seule fois comme ville d'arrivé. Donc pour j fixé avec $j = 1,\dots,4$,

$$x_{1,j} + x_{2,j} + x_{3,j} + x_{4,j} = 1$$

d'où :

$$\sum_{i=1}^{4} x_{i,j} = 1,\ \ j = 1,\dots,4.$$



Décision binaire : modélisation

- Puisque la même ville ne peut pas être une source d'un trajet plus qu'une fois, alors on pose la contrainte suivante :

$$\sum_{j=1}^{4} x_{i,j} = 1, \quad i = 1, ..., 4.$$

- Afin d'obtenir un véritable trajet ayant même origine et départ, nous devons rejeter les affectations qui décrivent des groupes déconnectés de petits déplacements comme $x_{1,2} = x_{2,1} = 1$ ou $x_{3,4} = x_{4,3} = 1$, avec toutes les autres variables égales à 0. Nous pouvons forcer ceci avec les contraintes :

$$x_{i,j} + x_{j,i} \leq 1, \; i = 1, ..., 4, \; j = 1, ..., 4.$$

- On peut décrire la distance totale associé à n'importe quel parcours autorisé par :

$$\sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} x_{i,j} a_{i,j}.$$

Décision binaire

Voyage sans redondance

Donc la modélisation du problème sera comme suit :

$$min \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} x_{i,j} a_{i,j}$$

- $x_{i,j} \in 0, 1, \ i = 1, ..., 4, \ j = 1, ..., 4.$
- $x_{i,i} = 0, \ i = 1, ..., 4.$
- $\sum_{i=1}^{4} x_{i,j} = 1, \ \ j = 1, ..., 4.$
- $\sum_{j=1}^{4} x_{i,j} = 1, \ \ i = 1, ..., 4.$
- $x_{i,j} + x_{j,i} \leq 1, \ i = 1, ..., 4, \ \ j = 1, ..., 4.$

R.O : Applications

Problème du voyageur de commerce

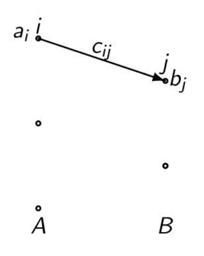
- Un voyageur de commerce, basé à Casablanca doit visiter plusieurs clients situés sur différentes villes au Maroc.
- Il souhaite effectuer la tournée la plus courte possible





Problème e transport

- de marchandises.
- des entrepôts vers les clients
- coûts de transport, distance sur les arcs
- trouver le meilleur plan de distribution



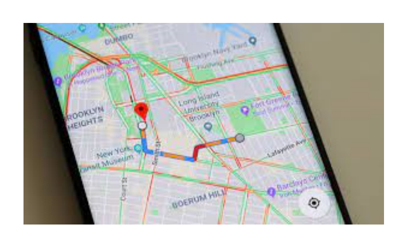
$$\min \sum c_{ij} x_{ij}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \in B} x_{ij} &\leq a_i \\ \sum_{i \in A} x_{ij} &\geq b_j \\ x_{ij} &\geq 0 \end{aligned}$$

R.O : Applications

Plus court chemin

- entre deux villes
- entre deux pays
- entre un fournisseur et ses clients
- ...



R.O : Applications

Mariages stables

- consistant à trouver par exemple, étant donnés n hommes, n femmes et leurs listes de préférences, une façon stable de les mettre en couple.
- Une situation est dite instable s'il existe au moins un homme et une femme qui préféreraient se mettre en couple plutôt que de rester avec leurs partenaires actuels
- Exemple : affectation des étudiants aux formations universitaires

Mariages stables

- **Des femmes :** Alice, Bénédicte, Camille.
- **Des hommes :** Elie, François, Gondran

Femme	ses préférences		
A	**G**	**E**	**F**
B	**F**	**E**	**G**
C	**G**	**E**	**F**

Homme	ses préférences		
E	**A**	**C**	**B**
F	**B**	**A**	**C**
G	**C**	**A**	**B**

R.O : Applications

Définition

- Un **couplage** désigne l'ensemble des couples formés entre deux ensembles.
- Un couplage est **instable** s'il contient deux éléments non mariés ensemble qui se préfère mutuellement à leurs conjoints dans ce couplage.

Exemple

On peut trouver plusieurs couplages :

$$Couplage1 = \{(A,E);(B,F);(C,G)\}$$

$$Couplage2 = \{(A,G);(B,F);(C,E)\}$$

R.O : Applications

Applications du problème de mariage stable

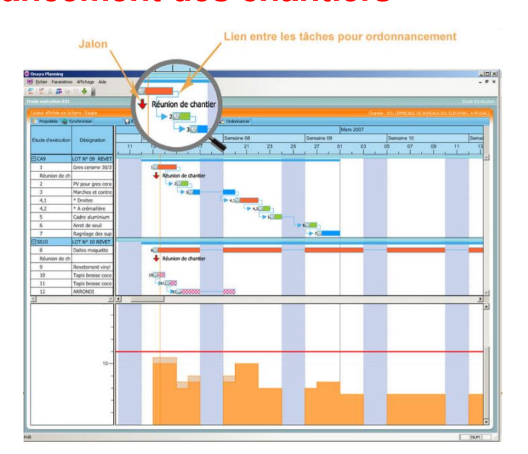
En général, le problème de mariage stable est souvent utilisé dans des situations nécessitant une répartition de biens rares ou hétérogènes :

- Affectation des élèves à des écoles d'ingénieurs
- Affectation des étudiant à des spécialités
- Association des travailleurs à des postes clés
- Attribution des medecins internes à des hopitaux
- Dons d'organes
- ...

R.O : Applications
Challenges ROADEF

2022	Problème d'optimisation de chargement de camion 3D
2020	Planification de la maintenance des pannes basée sur l'exploitation du réseau
2018	Problème de stock de coupe
2016	Problème d'acheminement des stocks pour la distribution de gaz
2014	Les trains ne disparaissent pas
2012	Réaffectation de machines
2010	Un problème de gestion d'énergie de grande taille comportant des contraintes diversifiées
2009	Gestion des perturbations dans le domaine aérien
2007	Planification des techniciens et des interventions pour les télécommunications
2005	Ordonnancement de véhicules pour une chaîne de montage automobile
2003	Gestion des prises de vue réalisées par un satellite d'observation
2001	Alloction de fréquences avec polarisation

Ordonnancement des chantiers

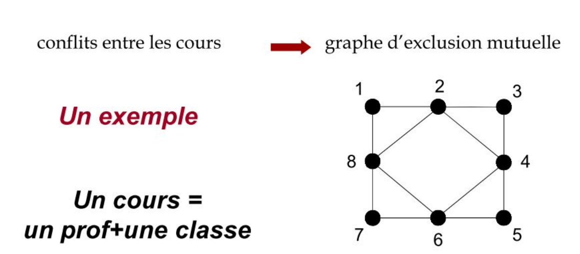


Ordonnancement d'atelier

Ordonnancer les passages sur les machines



Emplois du temps



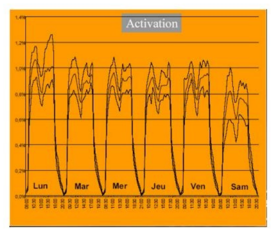
Planification des centres d'appels

Charges salariales = 70% des coûts de l'entreprise.

- 6 millions de clients
- 2500 téléconseillers de clientèle (TC)
- 7 sites, 33 activités
- 70000 appels par jour
- Coût annuel > 100 M€

Planification des centres d'appels

- **Données**
  - courbe de demande
  - contrats des TC (droits)
- **Objectif**
  - affecter au mieux les jours de congé aux TC
- **Contraintes**
  - répondre à la demande
  - respecter les contrats



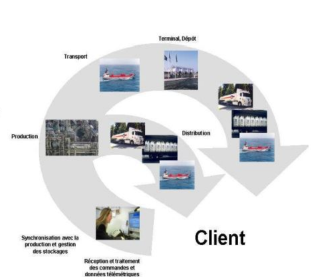
Gestion de la production, des stocks et de la maintenance

- Suivi de production
- Respect des délais
- Gain de temps
- Respect du client
- Meilleure compétitivité
- Organisation du travail
- résistance aux aléas
- …



Transport, logistique

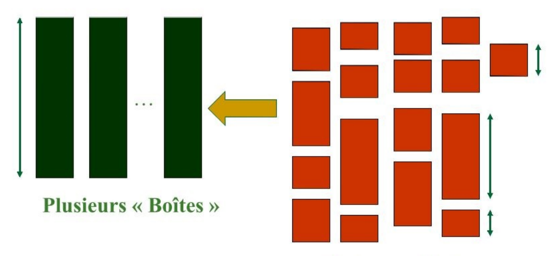
- Optimisation des tournées de véhicules, distribution
- Relations fournisseurs / clients
- Organisation des centres logistique.



Transport, logistique

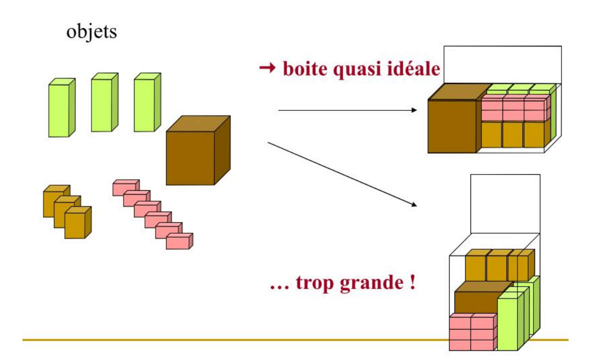


Emballage



Comment mettre les objets dans les Boîtes en utilisant le moins possible de Boîtes ?

Emballage



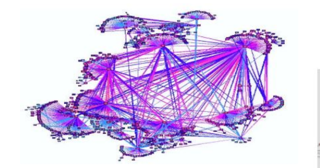
Emballage

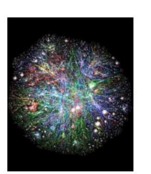
- Déterminer la boite idéale pour placer les objets (celle qui peut accueillir les objets et qui minimise la place perdue).
- Problèmes de chargement de bateaux (2 degrés de liberté, objets similaires) avec des conteneurs.



Router et sécuriser







Web



Calcul d'itinéraires

- en fonction du traffic :
  - Données actualisées toutes les 5 minutes
  - Informations nécessaires en temps réel
  - Temps disponible pour calculer un itinéraire : 1/10ème de seconde



R.O : Conclusion

La R.O consite à :

- Faire le mieux : coût min, meilleur profit, plus court parcours, plus rapide chemin, sécurité maximum, ...
- avec les ressources disponibles : ressources homme, matière première, temps machines, myen de transpot, mémoire, ...